

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный
исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук»
(ИПФ РАН)

**НАУЧНЫЙ ДОКЛАД
ОБ ОСНОВНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ ПОДГОТОВЛЕННОЙ
НАУЧНО-КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ (ДИССЕРТАЦИИ)**

«Сложные динамические сети в задачах устойчивости энергосетей»

Аспирант: Храменков Владислав Анатольевич

(подпись аспиранта)

Научный руководитель:

Некоркин Владимир Исаакович, д.ф.-м.н.,
чл.-корр. РАН, проф., зав. отд. 310

(подпись научного руководителя)

Направление подготовки:

03.06.01 Физика и астрономия

Направленность (профиль) подготовки:

Радиофизика

Форма обучения: очная

Нижний Новгород
2022

Актуальность темы исследования. Современные энергосети состоят из большого числа взаимодействующих между собой элементов, которые обеспечивают производство, передачу и потребление электроэнергии. Для успешного выполнения этих функций необходимо, чтобы энергосеть находилась в нормальном устойчивом режиме работы, который характеризуется длительным сохранением значений параметров, описывающих безаварийно работающие элементы сети. Известно, что отклонение от этого режима может привести к аварии. Поэтому возникают задачи о нахождении условий установления нормального режима работы энергосети и разработке механизмов эффективного поддержания этого режима при возникновении каких-либо возмущений (короткие замыкания, обрывы линий передач, отключения и подключения генераторов и потребителей, разнообразные коммутационные переключения). Для решения этих задач используются различные по сложности подходы моделирования работы энергосетей.

В настоящее время наиболее широкое распространение получил нелинейный динамический подход. Он предполагает, что энергосеть представляет собой динамическую сеть. Ее активными узлами-элементами являются потребители и генераторы электроэнергии. Роль связей, осуществляющих взаимодействие между узлами сети, играют линии передачи.

В рамках данного подхода рассматриваются модели, в которых энергосеть состоит из связанных между собой посредством линий передач синхронных машин - базовых элементов любой энергосети. Это обусловлено тем, что подавляющее число генераторов в энергосетях представлено именно синхронными машинами, которые играют роль активного узла-элемента. Состояние каждой машины определяется уравнением движения ее ротора, имеющим небольшую математическую размерность, что упрощает моделирование крупных сетей. В контексте таких моделей задача о поддержании безаварийной работы энергосети трансформируется в задачи поиска условий существования синхронного режима, методов установления границ устойчивости данного режима, а также методов эффективного поддержания и возвращения такого режима при возникновении различных возмущений.

Цели и задачи работы. Основной целью работы является исследование динамики подсетей, входящих в состав крупных энергосетей, и установление потенциального влияния подсетей на динамику сетей в целом. Особое внимание уделяется изучению режимов работы подсетей и, в частности, определению границ устойчивости синхронного режима по отношению к различным видам возмущений.

Для достижения поставленной цели решаются следующие основные задачи.

1. Установить основные режимы работы энергосети с топологией хаб-кластера в предположении о чисто индуктивном характере линий передачи и разработать подход, позволяющий оценить величину безопасных возмущений, не нарушающих синхронный режим.

2. Опираясь на результаты предыдущего пункта построить модель реальной энергосети, содержащей хаб-кластеры, – сети Нижнего Новгорода. Модель должна учитывать основные особенности топологии реальной энергосети, в частности, расположение ее элементов на местности. Установить основные режимы ее работы и устойчивость синхронного режима по отношению к возмущениям, действующим на отдельные элементы сети.

3. Исследовать влияние новых линий передачи на динамику энергосети. Предложить объяснение, так называемого, парадокса Браеса, связанного с неопределенностью реакции энергосети на новые линии передачи.

4. Учитывая результаты пункта 3, установить условия безопасного подключения одной подсети к другой.

5. Расширить результаты пункта 1 на случай хаб-кластера с произвольным характером сопротивления линий передач. Учесть зависимость характеристик линий передачи от их длины. Сформулировать критерий, позволяющий определить режим работы отдельных элементов хаб-кластера.

Научная новизна.

1. Предложен подход, базирующийся на втором методе Ляпунова, который позволяет дать оценку величине возмущений, не нарушающих синхронный режим хаб-кластера.

2. Разработан критерий парциальной устойчивости, базирующийся на использовании вспомогательных систем сравнений, который позволяет выделять области безопасной работы отдельных элементов хаб-кластера.

3. Установлен динамический механизм возникновения парадокса Браеса и предложен ряд величин, позволяющих наиболее полно характеризовать устойчивость синхронного режима по отношению к различным видам возмущений во время его проявления.

4. Найден условия безопасного подключения небольшой подсети к энергосети с топологией хаб-кластера.

Методология и методы исследования. В работе применяется численное моделирование работы энергосетей. Используются методы нелинейной динамики и теории бифуркаций динамических систем.

Степень достоверности результатов исследования обусловлена использованием стандартных методов нелинейной динамики и теории бифуркаций динамических систем. Получено полное соответствие между теоретическими результатами и результатами численного моделирования. Основные результаты работы обсуждались в рамках конференций и дискуссий по опубликованным статьям.

Положения, выносимые на защиту.

1. Подход для вычисления оценки величины безопасных возмущений, не нарушающих синхронный режим работы хаб-кластера.

2. Критерий парциальной устойчивости неоднородной энергосети с хаб структурой.

3. Объяснение парадокса Браеса на основе нелинейной динамики и теории бифуркаций.

4. Условия безопасного подключения к хаб-кластерным энергосетям.

Апробация результатов. Основные положения и результаты работы докладывались на следующих семинарах и конференциях: XVIII научная школа “Нелинейные волны — 2018”, Нижний Новгород; XXIV Нижегородская сессия молодых учёных, 2019; международный симпозиум “Topical problems of nonlinear wave physics”, 2021, Нижний Новгород; 19-я научно-техническая конференция “Молодежь в науке”, Саров, Нижегородская обл., 2021 г.

Публикации. Результаты работы содержатся в 5 статьях, 2 из которых приняты в печать, 4 тезисах докладов, получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Личный вклад. Аналитические результаты получены автором совместно с научным руководителем В.И. Некоркиным. Численные результаты получены лично автором. Постановка задач и обсуждение полученных результатов были выполнены совместно с соавторами В.И. Некоркиным и А.С. Дмитричевым.

Объем и структура работы. Работа состоит из оглавления, введения, трех глав, с выводами по каждой из них, заключения, списка литературы из 64 наименований. Общий объем работы составляет 94 страницы, в том числе 31 рисунок и 1 таблица.

Основное содержание работы

В главе 1 приводится анализ динамики энергосетей, содержащих хаб-кластеры. Дается оценка величины безопасных возмущений, не нарушающих синхронный режим хаб-кластера.

Для этого вводится модель энергосети в виде связанных между собой синхронных машин. В рамках модели энергосеть можно представить в форме графа, узлы которого соответствуют синхронным машинам, выполняющим роль потребителей или генераторов электроэнергии, а ребра - линиям передачи, соединяющим эти машины. Поведение каждой синхронной машины определяется уравнением движения ее ротора в предположении, что она взаимодействует с

другими машинами посредством линий передач, имеющих чисто индуктивное сопротивление. Тогда состояние i -ой синхронной машины определяется фазой ее ротора Θ_i , отсчитываемой в системе координат, вращающейся с опорной частотой сети. Она подчиняется безразмерному уравнению Курамото с инерцией

$$\frac{d^2\Theta_i}{dt^2} = P_i - \alpha \frac{d\Theta_i}{dt} + \sum_{j=1}^N K_{i,j} \sin(\Theta_j - \Theta_i), \quad (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$, N – количество синхронных машин. Параметр P_i характеризует мощность подводимую к валу ротора i -ой синхронной машины или снимаемую с него. Если механическая мощность подводится, то есть $P_i > 0$, то машина работает как генератор, а если снимается, то есть $P_i < 0$, машина работает как потребитель. Член $\alpha d\Theta_i/dt$ характеризует мощность потерь. Параметр α – это демпферный коэффициент, который обобщенно отражает влияние всех демпфирующих факторов. Член $K_{i,j} \sin(\Theta_j - \Theta_i) = P_{i,j}$ представляет собой мощность, которой обмениваются i -ая и j -ая синхронные машины, связанные линией передач с пропускной способностью $K_{i,j}$ ($K_{i,j} = K_{j,i}$) равной максимальной мощности, передаваемой по этой линии. Если машины не связаны линией передачи, то $K_{i,j} = 0$.

Основными режимами работы энергосети являются: синхронный, асинхронный и квазисинхронный. Эти режимы характеризуются различным поведением разностей фаз $\Theta_i - \Theta_j = \Theta_{ij}$ и зависящих от них мощностей $P_{i,j}$.

- Если разность $\Theta_{ij} = const$, то мощность $P_{i,j} = const$. В этом случае реализуется синхронный режим взаимодействия i -го и j -го элементов энергосети. Если аналогичные условия выполняются для всех связанных между собой элементов энергосети, то в ней реализуется синхронный режим, который является рабочим.
- Если разность Θ_{ij} убывает или возрастает во времени, то мощность $P_{i,j}$ постоянно меняется. В этом случае реализуется асинхронный режим взаимодействия i -го и j -го элементов энергосети. Данный режим является аварийным.
- Если разность Θ_{ij} колеблется вокруг некоторого среднего значения, так что $|\Theta_{ij}(t)| < \pi$, то мощность $P_{i,j}$ также совершает колебания. В этом случае реализуется квазисинхронный режим взаимодействия i -го и j -го элементов энергосети. При малых амплитудах колебаний мощности $P_{i,j}$ квазисинхронный режим является относительно безопасным.

Одной из приоритетных задач исследования энергосетей является поиск условий существования синхронного режима работы энергосети и определение его устойчивости по отношению к различным возмущениям. В рамках уравнений (1) синхронному режиму соответствует устойчивое состояние равновесия. Наряду с синхронным, в энергосети могут возникать режимы, представляющие собой различные комбинации асинхронных и квазисинхронных режимов взаимодействия отдельных элементов сети.

В энергосетях можно встретить самые различных варианты топологий сетевых соединений. Одной из часто встречающихся является топология в виде хаб-кластера, состоящего из большого числа генераторов, соединенных с потребителем и наоборот. Крупные энергосети содержат большое количество подсетей в виде отдельных хаб-кластеров, поэтому последние оказывают большое влияние на динамику сетей в целом.

Рассмотрим хаб-кластер, состоящий из N элементов: одного потребителя и $N - 1$ генераторов (рис. 1). Динамика каждого элемента описывается уравнениями (1). Соответственно, $P_1 < 0$, $P_l > 0$, $l = 2, 3, \dots, N$. Для простоты будем считать, что линии передач, соединяющие элементы сети идентичны, поэтому $K_{1,j} = K$, $j = 2, 3, \dots, N$ и $K_{i,1} = K$, $i = 2, 3, \dots, N$, остальные элементы матрицы смежности равны нулю. Для удобства введем новые переменные, время и параметры

$$\phi_i = \Theta_1 - \Theta_{i+1}, \quad t_{new} = \sqrt{K}t, \quad \gamma_i = \frac{P_{i+1} - P_1}{K} > 0, \quad \lambda = \frac{\alpha}{\sqrt{K}}, \quad i = 1, 2, \dots, N - 1. \quad (2)$$

С учетом (2) система (1) примет вид

$$\begin{cases} \dot{\phi}_i = y_i, \\ \dot{y}_i = -\gamma_i - \lambda y_i - \sin(\phi_i) - \sum_{j=1}^{N-1} \sin(\phi_j), \end{cases} \quad (3)$$

где точкой обозначена производная по новому времени t_{new} и индекс i принимает значения от 1 до $N - 1$. Система (3) определена в цилиндрическом фазовом пространстве $G = S^{N-1} \times R^{N-1}$.

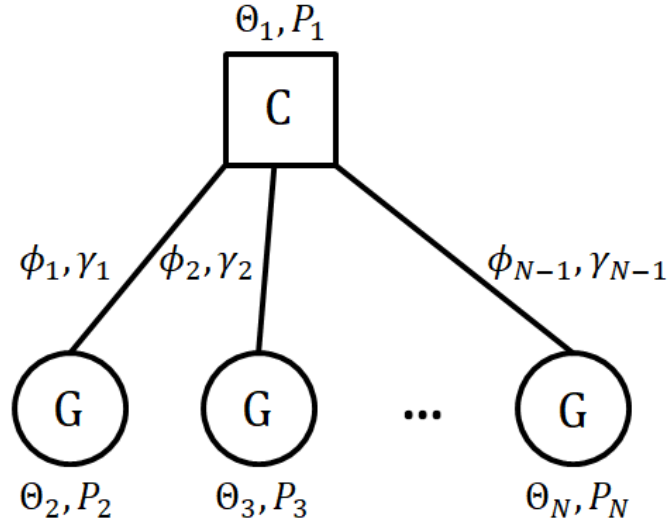


Рис. 1: Энергосеть в виде хаб-кластера

При параметрах из области $S = \{\lambda, \gamma_i | \lambda > 0, \gamma_i > 0, d_i > -1\}$, $d_i \equiv (-N\gamma_i + \sum_{j=1}^{N-1} \gamma_j)/N$ система (3) имеет 2^{N-1} грубых состояний равновесия. Стандартный анализ показывает, что состояние равновесия $O_1(\phi_i = \phi_i^{(1)}, y_i = 0)$, $\phi_i^{(1)} = \arcsin(d_i)$ является асимптотически устойчивым, а все остальные – седловыми. Оно соответствует синхронному режиму работы сети в виде хаб-кластера.

В качестве примера рассмотрим хаб-кластер из одного потребителя и двух генераторов. При исследовании динамики системы (3) основным является вопрос о том, как могут изменяться переменные ϕ_i при различных значениях параметров. Удобно построить карту режимов изменения этих переменных на плоскости параметров (γ_1, γ_2) в области S при фиксированном значении параметра λ .

Численный анализ системы (3) в случае хаб-кластера из трех элементов показал, что в системе (1) могут реализовываться различные режимы работы (рис. 2). Установлено, что наибольшее число режимов работы сети наблюдается при значении параметра $\lambda = 0.3$ (рис. 2). Для значений параметров из области a_1 состояние равновесия O_1 глобально асимптотически устойчиво, поэтому при любых начальных условиях реализуется синхронный режим. Для значений параметров из области a_2 траектории системы (3) стремятся в состояние равновесия O_1 только при определенных начальных условиях, поскольку в фазовом пространстве помимо этого аттрактора существует еще предельный цикл. Поведение траекторий системы (3) и осциллограммы переменных в малой окрестности этого предельного цикла приведены на рисунках 3, а,б. В этом случае реализуется один из двух возможных квазисинхронных режимов. В этом режиме переменная ϕ_1 осциллирует во времени вокруг некоторого среднего значения, причем разница ее максимального и минимального значений не превышает 2π что, фактически, означает постоянство среднего значения мощности, передаваемой между соответствующими генератором и потребителем. В то же время переменная ϕ_2 убывает во времени, что отвечает асинхронному режиму взаимодействия генератора и потребителя.

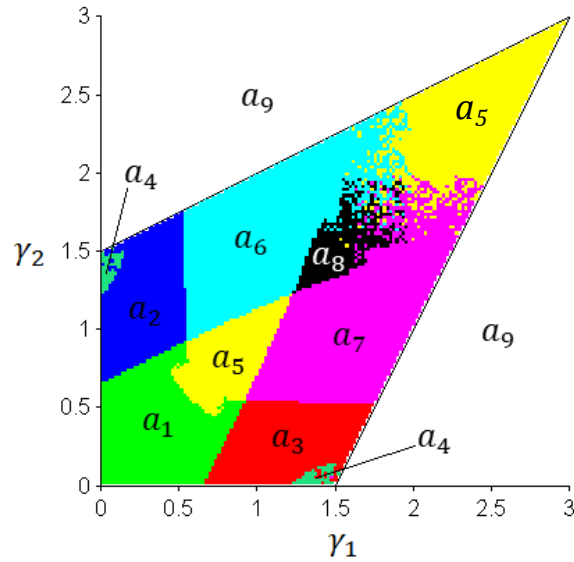


Рис. 2: Разбиение области S на области с различными режимами работы сети в виде хаб-кластера из трех элементов при $\lambda = 0.3$

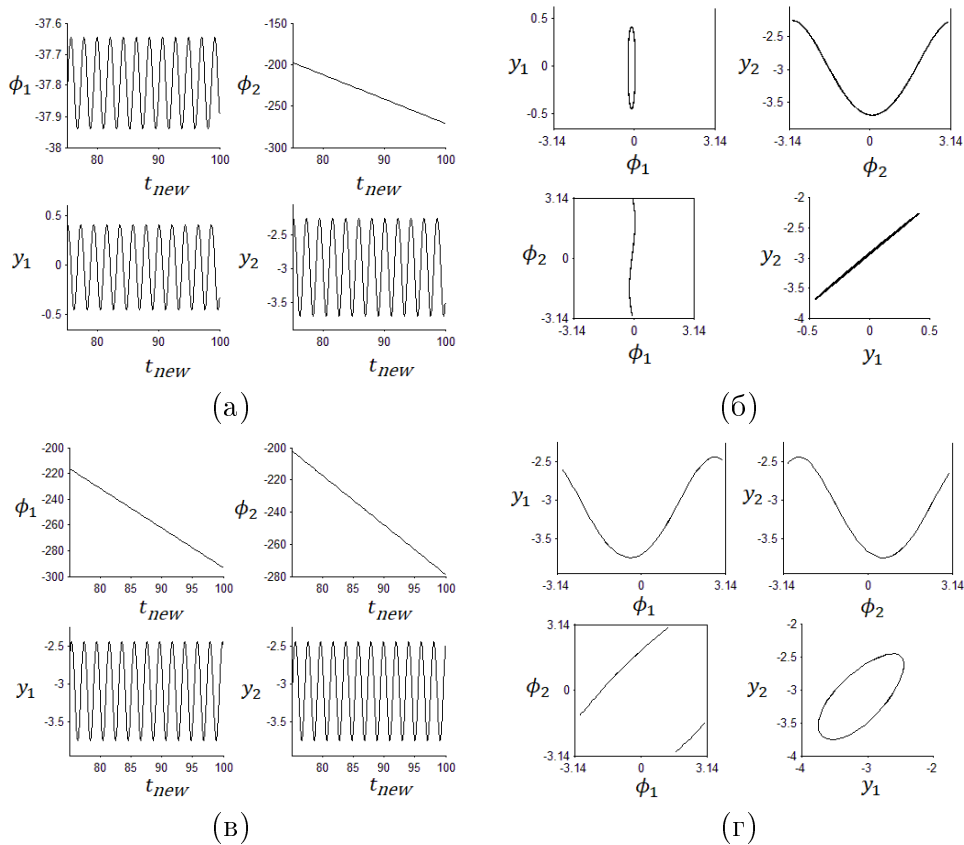


Рис. 3: Характерные осциллограммы переменных и проекции фазового портрета при а,б – $\lambda = 0.3$ и $\gamma_1 = 0.2, \gamma_2 = 1$ (область a_2); в, г – $\gamma_1 = 0.9, \gamma_2 = 1$ (область a_5)

При значениях параметров из области a_3 в системе (3) реализуется второй тип квазисинхронного режима. В этом режиме переменная ϕ_1 убывает во времени, а ϕ_2 осциллирует около некоторого среднего значения. Следовательно, имеет место определенная симметрия в пространстве

параметров (γ_1, γ_2) относительно прямой $\gamma_1 = \gamma_2$. При значениях параметров из области a_4 существуют оба типа квазисинхронных режимов как в областях a_2 и a_3 , которые реализуются при различных значениях начальных условий. При значениях параметров из области a_5 в фазовом пространстве системы (3) существует предельный цикл (см. рис. 3, г). При движении траектории в его малой окрестности реализуется асинхронный режим, при котором обе переменные ϕ_1 и ϕ_2 убывают (см. рис. 3, в). Эту область необходимо избегать при выборе параметров сети. При значениях параметров из областей a_6 и a_7 помимо квазисинхронных режимов, таких же типов, как в областях a_2 и a_3 , соответственно, существует асинхронный режим. При параметрах из области a_8 существуют все перечисленные выше режимы. При параметрах из области a_9 не существует синхронного режима, поэтому ее подробное изучение не представляет особого интереса. Стоит отметить, что в рассматриваемой системе отсутствует тип квазисинхронного режима, при котором обе переменные ϕ_1 и ϕ_2 осциллировали во времени в указанном выше смысле. Такой результат можно рассматривать как следствие наличия функции Ляпунова у системы (3), которая исключает существование колебательных предельных циклов.

Поскольку вне области параметров, отвечающих глобальной асимптотической устойчивости состояния равновесия O_1 , система (3) может иметь аттракторы, отличные от устойчивого состояния равновесия, синхронный режим будет устанавливаться лишь при некоторых начальных условиях, которые формируют область притяжения состояния равновесия O_1 . Нахождение границы области притяжения состояния равновесия O_1 системы (3) является сложной задачей, требующей больших вычислительных затрат. Поэтому представляет большой интерес получение аналитической оценки величины области притяжения состояния равновесия O_1 .

Для этого в фазовом пространстве системы (3) введем в рассмотрение функцию вида

$$V(y_i, \phi_i) = \sum_{i=1}^{N-1} y_i^2 - \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N-1} y_i y_j + \frac{2N}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \int_{\phi_i^{(1)}}^{\phi_i} [\sin(\zeta) - d_i] d\zeta. \quad (4)$$

Производная по времени от функции (4), вычисленная в силу системы (3), имеет вид

$$\frac{dV}{dt_{new}} = -2\lambda \left(\sum_{i=1}^{N-1} y_i^2 - \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N-1} y_i y_j \right) \leq 0. \quad (5)$$

В силу того, что функция $V(y_i, \phi_i)$, определяемая выражением (4), является положительно определенной при значениях параметров $\gamma_i \in S_V$, причем $S_V \in S$, обращается в ноль в точке O_1 , а ее производная по времени, вычисленная в силу системы (3), является отрицательно определенной функцией, функция $V(y_i, \phi_i)$ является функцией Ляпунова системы (3). Область S_V будем называть областью существования функции Ляпунова (4).

Рассмотрим поверхности уровня функции Ляпунова (4), проходящие через седла $V(O_k) = C_k$, $k = 2, 3, \dots, N-1$, и найдем $C_{min}^{saddle} = \min(C_k^{saddle})$. Множество точек фазового пространства системы (3), ограниченное замкнутой частью поверхности уровня $V(y_i, \phi_i) = C_{min}^{saddle}$, охватывающей устойчивое состояние равновесия O_1 , принадлежат области притяжения этой точки. Поэтому указанную часть поверхности уровня можно считать оценкой области притяжения состояния равновесия O_1 . В качестве оценки величины области притяжения состояния равновесия O_1 можно использовать минимальное расстояние от этой точки до поверхности уровня $V(y_i, \phi_i) = C_{min}^{saddle}$, которое может быть найдено как

$$r^{min} = \sqrt{\frac{N-1}{N} C_{min}^{saddle}}. \quad (6)$$

Общий вид зависимости $r^{min}(\gamma_1, \gamma_2)$ в области S_V приведен на рисунке 4, а.

Рассмотрим как изменяется величина r^{min} при увеличении числа элементов хаб-кластера. Для этого положим $\gamma_i = \gamma$, $i = 1, 2, \dots, N-1$. Тогда выражение (6) примет вид

$$r^{min} = \sqrt{2 \left(2\sqrt{1 - \left(\frac{\gamma}{N}\right)^2} + \frac{\gamma}{N} \left(-\pi + 2\arcsin\left(\frac{\gamma}{N}\right)\right) \right)}. \quad (7)$$

Ограничимся значениями параметра $\gamma \in (0, 2]$ для того, чтобы функция Ляпунова (4) существовала для всех $N \geq 3$. Можно показать, что при таких значениях параметра γ , функция $r^{min}(\gamma)$ является монотонно убывающей. Зависимости $r^{min}(\gamma_1)$ при разных значениях числа N представлены на рисунке 4, б. Видно, что величина r^{min} растет с увеличением числа элементов хаб-кластера N .

Таким образом, значение величины r^{min} дает наглядную оценку области притяжения состояния равновесия O_1 и определяет множество начальных условий, при которых система возвращается в исходный синхронный режим. Отметим, что система может принимать указанные начальные условия после воздействия какого-либо возмущения, поэтому можно сказать, что величина r^{min} дает оценку границы безопасных возмущений системы.

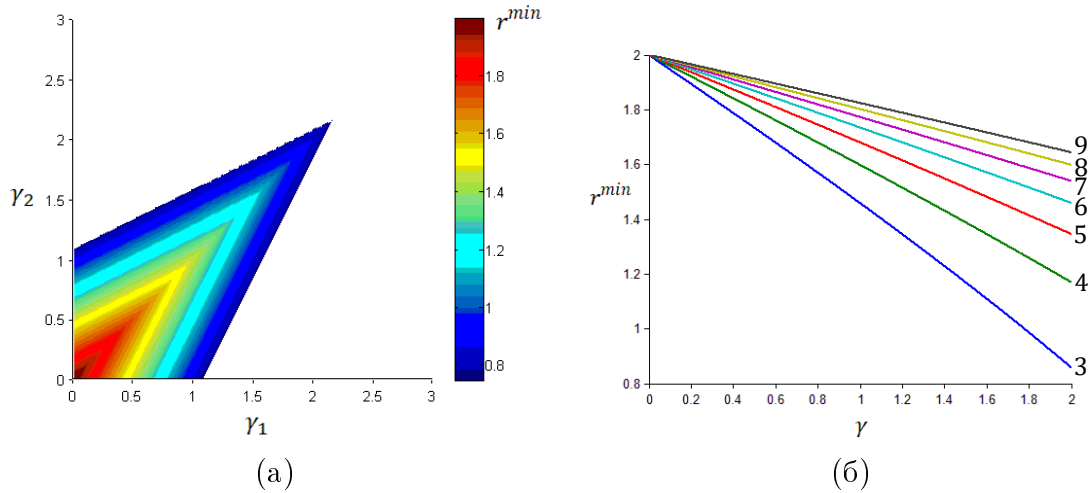


Рис. 4: а – значение величины r^{min} в области S_V ; б – вид зависимости $r^{min}(\gamma)$ при разном количестве элементов в хаб-кластере (справа от кривых указано соответствующее им количество элементов сети). Значение параметра $\lambda = 0.3$

В качестве примера энергосети, состоящей из нескольких хаб-кластеров, рассмотрим энергосеть Нижнего Новгорода. Для построения ее модели, учитывающей основные особенности топологии сети, использовалась карта-схема размещения линий электропередачи и подстанций напряжением 220 кВ и выше, а также электростанций в городе Нижнем Новгороде из приказа Минэнерго №495 (рис. 5, а).

Граф модели энергосети Нижнего Новгорода содержит узлы двух типов - генераторы и потребители (рис. 5 б). Роль генераторов выполняют внешние, по отношению к городу, электростанции и подстанции, а потребителей - подстанции, расположенные в черте города.

Линии передачи, соединяющие элементы энергосети, определяют наличие или отсутствие связей между узлами графа, а также значение коэффициентов $K_{i,j}$. Предполагая, что линии передачи имеют одинаковую конструкцию и отличаются только длиной, индуктивное сопротивление линии передачи между i -ым и j -ым элементами сети примет вид

$$x_{i,j} = x^{(1)} l^{(1)} l_{i,j}, \quad (8)$$

где $x^{(1)}$ – погонное индуктивное сопротивление линий передачи, $l^{(1)}$ – размерная единица длины линии передачи, будем считать, что $l^{(1)} = 1$ км, $l_{i,j}$ – безразмерная длина линии передачи

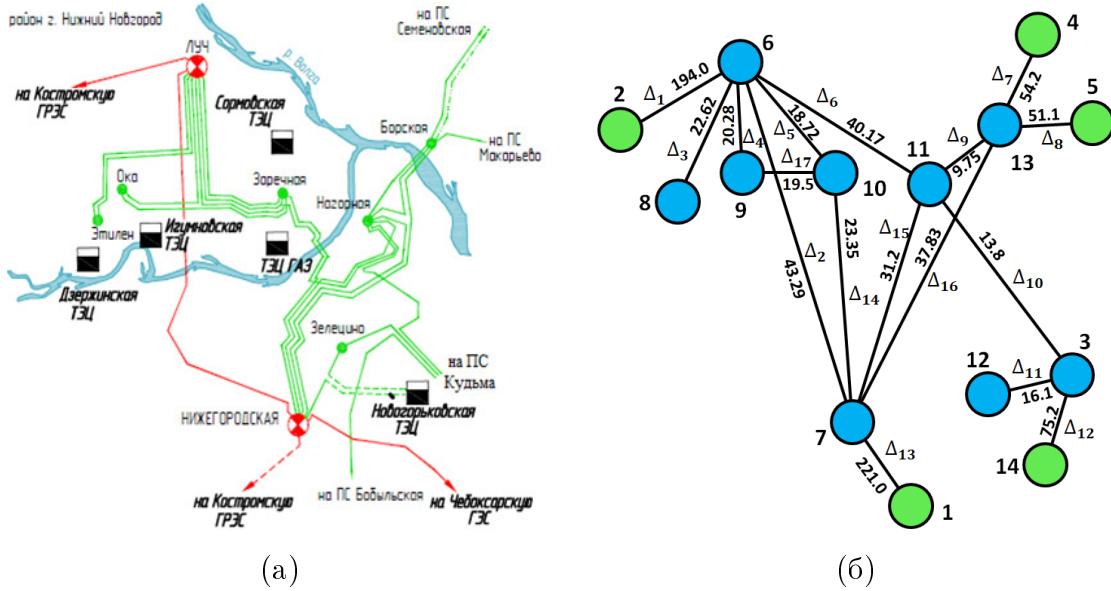


Рис. 5: а – карта-схема размещения линий электропередачи и подстанций напряжением 220 кВ и выше, а также электростанций в городе Нижнем Новгороде, б – граф энергосети Нижнего Новгорода. Зелеными кругами обозначены генераторы, синими – потребители. На ребрах указаны значения длин линий передачи $l_{i,j}$ и соответствующие разности фаз Δ_k

между i -ым и j -ым элементами сети. Тогда пропускная способность линий передачи может быть записана как

$$K_{i,j} = \frac{K \delta_{i,j}}{l_{i,j}}, \quad (9)$$

где $\delta_{i,j} = 1$, если $K_{i,j} \neq 0$, и $\delta_{i,j} = 0$ в противном случае. Вводя новые параметры и время $p_i = P_i/K$, $\lambda = \alpha/\sqrt{K}$, $t_{new} = \sqrt{K}t$, перепишем уравнения (1) в виде

$$\ddot{\Theta}_i = p_i - \lambda \dot{\Theta}_i + \sum_{j=1}^N \frac{\delta_{i,j}}{l_{i,j}} \sin(\Theta_j - \Theta_i), \quad (10)$$

где точками обозначены производные по времени t_{new} . Непосредственно из уравнений (10) вытекает необходимое условие существования состояний равновесия.

$$\sum_{i=1}^N p_i = 0. \quad (11)$$

Условие (11) принято называть условием баланса мощностей, которое устанавливает равенство между вводимой и расходуемой системой механической мощностью. В соответствии с ним, для всех генераторов положим $p_i = p_{gen}$ ($p_{gen} < 0$), а для потребителей $p_j = p_{con}$ ($p_{con} < 0$), $p_{con} = -p_{gen}N_{gen}/(N - N_{gen})$, где $N_{gen} = 5$ - число генераторов в сети. Если при выполнении условия (11) существует устойчивое состояние равновесия системы (10), то оно соответствует синхронному режиму работы сети.

Таким образом, рассмотрим модель энергосети Нижнего Новгорода (рис. 5). Динамика ее элементов задается уравнениями (10). Они учитывают длину линий передачи между элементами сети.

Установим режимы работы энергосети Нижнего Новгорода, состоящей из нескольких хаб-кластеров (рис. 5). Для этого определим в установившемся режиме поведение разностей фаз

$\Delta_k = \Theta_i - \Theta_j$, $i > j$, $k = 1, 2, \dots, N_{lines}$, $N_{lines} = 17$ – количество линий передачи сети (см. рис. 5). Информацию о поведении переменных Δ_k зафиксируем в таблице, окрашивая в определенный цвет ячейку с индексами k, m , где m – это номер режима. Если между элементами сети, характер взаимодействия которых определяется переменной Δ_k , устанавливается синхронный режим, то ячейка окрашивается в зеленый цвет, если же устанавливается квазисинхронный или асинхронный режимы, то ячейка окрашивается в синий и красный цвета, соответственно (рис. 6). Комбинация цветов столбца таблицы определяет один из возможных режимов работы сети.

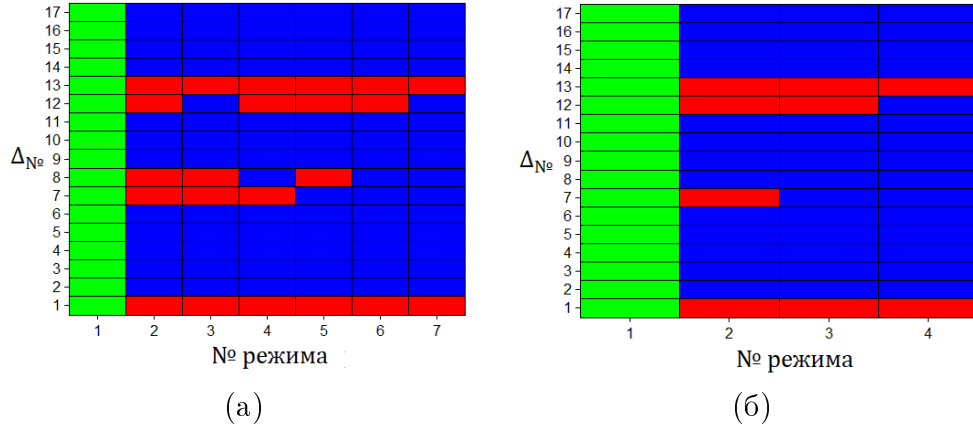


Рис. 6: Таблицы режимов работы сети при а – $p_{gen} = 0.0025$, $\lambda = 0.005$, б – $p_{gen} = 0.0026$, $\lambda = 0.01$

Таким образом, были установлены разнообразные режимы работы энергосети Нижнего Новгорода (рис. 6). Наряду с синхронным режимом (1-ый столбец), в сети наблюдаются режимы, которые представляют собой различные комбинации квазисинхронных и асинхронных режимов взаимодействия отдельных узлов-элементов. Например, при $p_{gen} = 0.0025$, $\lambda = 0.005$ в сети может устанавливаться режим под номером 7 (рис. 6, а). Он предусматривает, что между генератором с номером 2 и потребителем с номером 6 (рис. 6), устанавливается асинхронный режим взаимодействия. Такой же режим устанавливается между генератором с номером 1 и потребителем с номером 7 (рис. 6, а). Между остальными связанными элементами сети устанавливается квазисинхронный режим взаимодействия.

В главе 2 устанавливается динамический механизм возникновения парадокса Браеса в энергосетях и определяются условия безопасного подключения к хаб-кластерным энергосетям.

Одна из основных концепций развития современной электроэнергетики состоит в активном внедрении в энергосети большого числа новых, как правило, маломощных, альтернативных источников энергии, таких как солнечные, ветряные и приливные электростанции. Однако при реализации этой концепции закономерно возникает проблема оптимального подключения новых источников энергии к уже существующим энергосетям, а также перераспределения потоков электроэнергии за счет новых линий передач. Считалось, что добавление новых линий передач между элементами энергосети делает синхронизацию между ними более прочной и не нарушает синхронный режим в сети. Оказалось, что это не всегда так. Было установлено, что введение новых линий передач может как сохранить, так и разрушить синхронный режим в сети. Поэтому возникла неопределенность, связанная с реакцией энергосети на новые линии передач, которая получила название парадокса Браеса в энергосетях.

Для его изучения в рамках модели (1), рассмотрим произвольную энергосеть, которую можно представить в виде графа (рис. 7). Предположим, что один из потребителей этой сети (C_1 , $P_1 < 0$) соединен с двумя генераторами ($G_{2,3}$, $P_{2,3} > 0$) (рис. 7). Например, они могут представлять собой внедренные в энергосеть относительно небольшие (альтернативные) источники энергии. Указанные потребитель и два генератора образуют типичный мотив в составе больших энергосетей (рис. 7), который может оказывать значительное влияние на динамику этих сетей.

Наличие таких мотивов обусловлено растущей децентрализацией современных энергосетей, когда несколько крупных электростанций, таких как АЭС и ГЭС, которые питают множество потребителей, могут быть заменены или дополнены несколькими относительно небольшими электростанциями, питающими одного потребителя или небольшую группу потребителей.

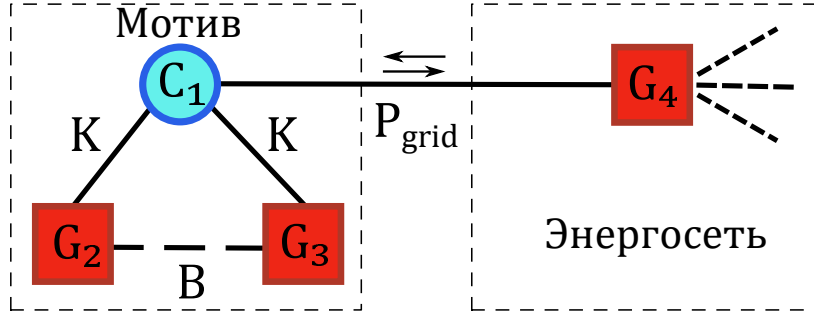


Рис. 7: Схематическое представление исследуемой подсети. Синим кругом обозначен потребитель, красными квадратами обозначены генераторы.

Будем предполагать, что мотив синхронизован с остальной частью большой сети, то есть выполняется условие $\Theta_4 - \Theta_1 = \Theta_{4,1}^0 = const$. В этом случае мощность, которой обменивается мотив с сетью имеет постоянное значение. Обозначим его через $P_{grid} = K_{1,4} \sin(\Theta_{4,1}^0)$.

Введем новые переменные и параметры

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \Theta_2 - \Theta_1, \quad \phi_2 = \Theta_3 - \Theta_1, \quad K_{1,2} = K_{1,3} = K, \quad K_{2,3} = B, \\ \Delta P_1 &= P_2 - P_1 - P_{grid}, \quad \Delta P_2 = P_3 - P_1 - P_{grid}, \end{aligned} \quad (12)$$

а также положим $\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P$. Тогда, учитывая уравнения (1) и обозначения (12), получим следующую четырехмерную систему

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1 = y_1, \\ \dot{y}_1 = \Delta P - \alpha y_1 - 2K \sin(\phi_1) - K \sin(\phi_2) - B \sin(\phi_1 - \phi_2), \\ \phi_2 = y_2, \\ \dot{y}_2 = \Delta P - \alpha y_2 - K \sin(\phi_1) - 2K \sin(\phi_2) - B \sin(\phi_2 - \phi_1), \end{cases} \quad (13)$$

где точкой обозначена производная по времени t . Для удобства положим $\Delta P = 1$ и $\alpha = 0.8$. Параметры K и B представляют собой пропускные способности линий передач, соединяющих генераторы с потребителем и друг с другом, соответственно. Будем считать, что $|P_{grid}| \ll |P_i|$, $i = 1, 2, 3$. В этом случае параметр ΔP характеризует суммарную механическую мощность элементов мотива. Поэтому, выбрав $\Delta P = 1$, необходимо ограничить значения пропускных способностей $K, B \leq 1$, так как с практической точки зрения не имеет смысла использовать линии передач с избыточной пропускной способностью.

Проведено исследование динамики системы (13) и установлено следующее. Система (13) имеет единственное устойчивое состояние равновесия O с координатами $\phi_i = \arcsin(\Delta P / (3K))$, $y_i = 0$, $i = 1, 2$, которое существует при $K > K_0$, $K_0 = \Delta P / 3$. Оно соответствует синхронному режиму работы мотива. Остальные состояния равновесия являются седловыми. Наряду с синхронным, в мотиве может возникать асинхронный режим, которому соответствуют предельные циклы или хаотические аттракторы вращательного типа в фазовом пространстве системы (13). Установление того или иного режима зависит от начальных условий и значений параметров системы (13). Поэтому рассмотрим разбиение плоскости параметров B, K на области, отвечающие различным режимам работы мотива (рис. 8).

Для значений параметров B, K из области a состояние равновесия O глобально асимптотически устойчиво, то есть при любых начальных условиях реализуется синхронный режим. Следовательно, данная область параметров является безопасной.

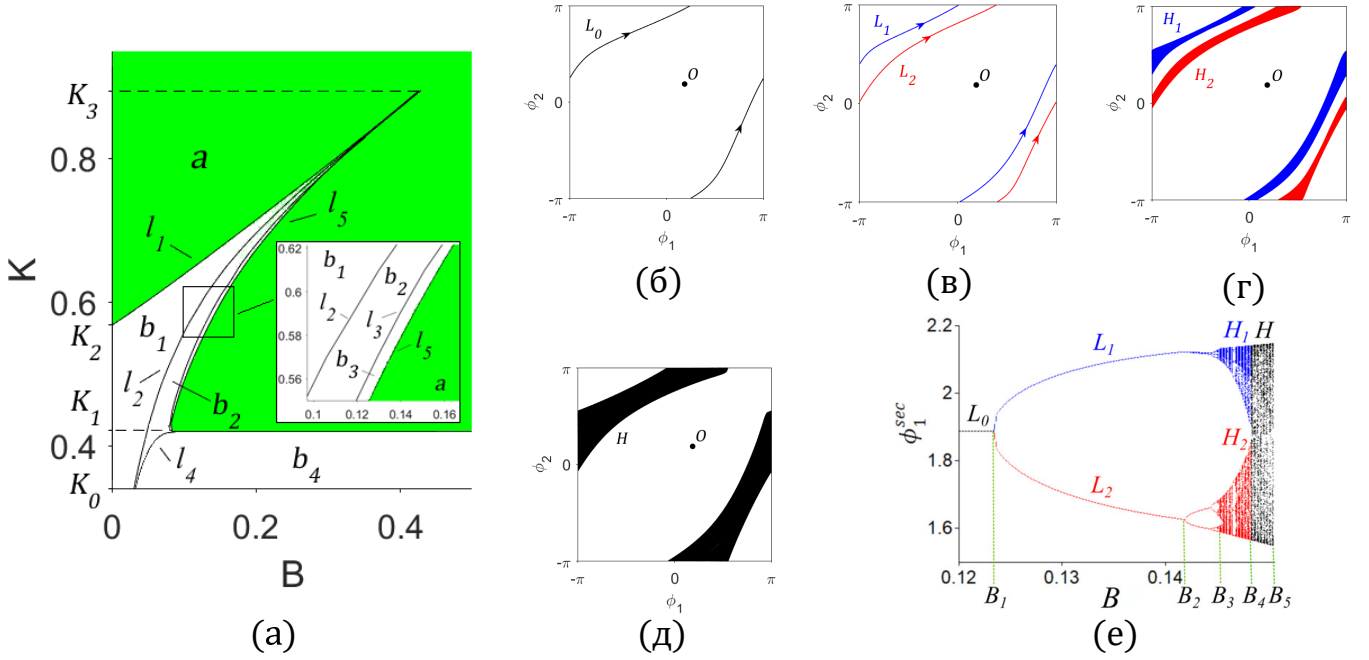


Рис. 8: Разбиение плоскости параметров B, K на области с различными режимами работы подсети. Область a выделена зеленым цветом.

Для значений параметров B, K из области b (рис. 8), состоящей из четырех подобластей b_i , траектории системы (13) стремятся в состояние равновесия O только при определенных начальных условиях, поскольку в фазовом пространстве системы (13) помимо состояния равновесия существуют другие аттракторы - вращательные предельные циклы, хаотические аттракторы (рис. 8, б-д). Таким образом, область параметров b является потенциально опасной, потому что при этих значениях параметров может реализовываться асинхронный режим.

Проследим за динамикой системы (13) при значениях параметров B, K из области b . Для этого зафиксируем параметр $K = 0.6$ и будем постепенно увеличивать параметр B . Удобно построить однопараметрическую бифуркационную диаграмму для аттракторов, соответствующих асинхронному режиму. Для этого по оси абсцисс отложим значение параметра B , а по оси ординат - координату ϕ_1^{sec} пересечения аттрактора с секущей $S_{sec} = \{\phi_1 = -\phi_2, \phi_2 \in [-\pi, 0]\}$ (рис. 8, а).

При переходе из области a в область b_1 через границу l_1 в результате седло-узловой бифуркации предельных циклов рождается устойчивый вращательный предельный цикл L_0 (рис. 8, б), который существует при значениях параметров из области b_1 ($B < B_1$, рис. 8, е). При переходе из области b_1 в область b_2 через границу l_2 ($B = B_1$, рис. 8, е) происходит бифуркация „pitchfork“, в результате которой предельный цикл L_0 теряет устойчивость и рождаются два устойчивых предельных цикла L_1 и L_2 (рис. 8, в; $B_1 < B < B_2$, рис. 8, е). При дальнейшем увеличении параметра B предельные циклы L_1 и L_2 претерпевают каскад бифуркаций удвоения периода, реализуется сценарий Фейгенбаума перехода к хаосу ($B_2 < B < B_3$, рис. 8, е). Он приводит к образованию двух хаотических аттракторов H_1 и H_2 (рис. 8, г), которые существуют при параметрах из области b_3 ($B_3 < B < B_4$, рис. 8, е). Также, при параметрах из области b_3 , хаотические аттракторы H_1 и H_2 при приближении к границе l_5 трансформируются в один хаотический аттрактор H (рис. 8, д; $B_4 < B < B_5$, рис. 8, е), который исчезает при переходе из области b_3 в область a ($B = B_5$, рис. 8, е).

В области b_4 существует устойчивый симметричный предельный цикл $L : \{\phi_i, y_i : \phi_1(t) = \phi_2(t), y_1(t) = y_2(t)\}$, который теряет устойчивость при переходе через границу l_4 в область b_2 , где в результате бифуркации „pitchfork“ рождаются два устойчивых предельных цикла L_1 и L_2 .

Рассмотрим влияние пропускной способности линии передач (B), соединяющей генераторы

мотива, на режим его работы. Для этого зафиксируем значение параметра K и будем увеличивать значение параметра B , начиная с нуля. При $B = 0$ будем считать, что мотив находится в синхронном режиме. Учтем, что изменение параметра B , сопровождается возмущениями частоты и фазы, которые постоянно наблюдаются в реальных энергосетях. Тогда возможны три основных варианта изменения режима работы мотива.

(i) Если параметр $K \in (K_0, K_1)$ (рис. 8, а), то при любом $B > 0$ возмущения могут перевести мотив в асинхронный режим.

(ii) Если параметр $K \in (K_1, K_3)$ (рис. 8, а), то при постепенном увеличении параметра B точка (B, K) смещается в область b , и поэтому возмущения могут перевести мотив в асинхронный режим, однако при дальнейшем увеличении B точка (B, K) смещается в область a , и в мотиве всегда устанавливается синхронный режим. Следовательно, при $K \in (K_1, K_3)$ добавление линии передач между генераторами может привести как к разрушению, так и к сохранению синхронного режима. Поэтому этот вариант соответствует парадоксу Браеса.

(iii) Если параметр $K > K_3$ (рис. 8, а), то вне зависимости от значения параметра B подсеть будет работать в синхронном режиме. Однако в этом случае пропускная способность K должна принимать достаточно большие значения, которые не всегда возможно реализовать на практике.

Вариант (ii) показывает механизм возникновения парадокса Браеса. *Если при значениях параметров $K \in (K_1, K_3)$ и $B = 0$ мотив находится в синхронном режиме, то при увеличении параметра B точка (B, K) может быть смещена в область параметров b , где система (13) является мультистабильной - помимо устойчивого состояния равновесия O , соответствующего синхронному режиму, в фазовом пространстве системы существуют другие аттракторы, соответствующие асинхронному режиму. Поэтому под действием возмущений мотив может быть переведен из синхронного режима в асинхронный. Следовательно, добавление новой линии передач с пропускной способностью B может привести к нарушению синхронного режима.*

Таким образом, характерное разбиение плоскости параметров B, K наглядно демонстрирует влияние пропускной способности линии передач (B), соединяющей генераторы мотива, на его динамику, в том числе, объясняет парадокс Браеса.

Основной задачей исследования энергосетей является обеспечение их стабильной и бесперебойной работы, которой соответствует синхронный режим взаимодействия потребителей и генераторов электроэнергии. Одной из причин нарушения синхронного режима является изменение топологии энергосети, то есть состава ее элементов и линий передач между ними. В настоящее время наблюдается активное расширение действующих энергосетей за счет добавления новых генераторов и потребителей электроэнергии, что приводит к возникновению задачи об их безопасном подключении, при котором, с одной стороны, должен сохраняться синхронный режим работы исходной сети, а с другой – устанавливаться синхронный режим работы во всей расширенной сети.

Конкретизируем топологию энергосети, к которой присоединен мотив. В качестве нее выберем хаб-кластер, так как он может быть моделью целой энергосети или ее части. Рассмотрим сеть, образованную в результате расширения энергосети в виде хаб-кластера за счет подключения к ней мотива. В рамках данной сети установим условия безопасного подключения мотива к хаб-кластеру.

Используя модель 1, рассмотрим сеть, образованную двумя подсетями: мотивом, состоящим из одного потребителя ($c_1, P_1 < 0$) и двух генераторов ($g_{2,3}, P_{2,3} > 0$), и хаб-кластером, состоящим из одного генератора ($g_4, P_4 > 0$) и $N - 4$ потребителей ($c_j, P_j < 0, j = 5, 6, \dots, N$) (рис. 9). Введем новые переменные и параметры

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \Theta_2 - \Theta_1, \quad \phi_2 = \Theta_3 - \Theta_1, \quad \phi_3 = \Theta_4 - \Theta_1, \quad \phi_{j-1} = \Theta_j - \Theta_4, \\ K_{1,2} &= K_{1,3} = K, \quad K_{2,3} = B, \quad K_{1,4} = C, \quad K_{4,j} = H, \quad j = 5, 6, \dots, N, \end{aligned} \quad (14)$$

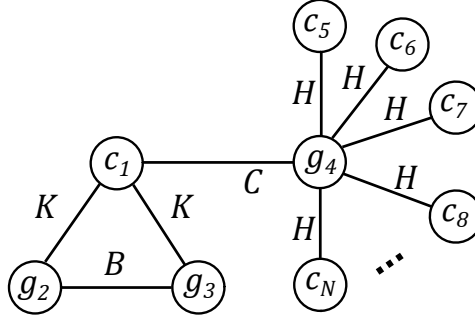


Рис. 9: Схематическое изображение исследуемой энергосети в виде графа

С учетом (14) уравнения (1) примут вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\phi}_i = y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \\ \dot{y}_1 = P_2 - P_1 - \alpha y_1 - 2K \sin(\phi_1) - K \sin(\phi_2) - C \sin(\phi_3) - B \sin(\phi_1 - \phi_2), \\ \dot{y}_2 = P_3 - P_1 - \alpha y_2 - K \sin(\phi_1) - 2K \sin(\phi_2) - C \sin(\phi_3) - B \sin(\phi_2 - \phi_1), \\ \dot{y}_3 = P_4 - P_1 - \alpha y_3 - K \sin(\phi_1) - K \sin(\phi_2) - 2C \sin(\phi_3) + \sum_{k=4}^{N-1} H \sin(\phi_k), \\ \dot{y}_j = P_{j+1} - P_4 - \alpha y_j + C \sin(\phi_3) - H \sin(\phi_j) - \sum_{k=4}^{N-1} H \sin(\phi_k), \quad j = 4, 5, \dots, N-1, \end{array} \right. \quad (15)$$

где точкой обозначена производная по времени t . Система (15) определена в цилиндрическом фазовом пространстве $G = S^{N-1} \times R^{N-1}$. Переменные $\phi_{1,2}$, $y_{1,2}$ описывают мотив, а переменные ϕ_j , y_j , $j = 4, 5, \dots, N-1$ – хаб-кластер. Переменные ϕ_3 , y_3 описывают взаимодействие мотива с хаб-кластером. Параметры K, B определяют пропускную способность линий передачи, соединяющих генераторы $g_{2,3}$ с потребителем c_1 и между собой, соответственно, и характеризуют мотив. Параметр H определяет пропускную способность линий передачи, соединяющих генератор g_4 с потребителями c_j , $j = 5, 6, \dots, N-1$, и характеризует хаб-кластер. Параметр C – это пропускная способность линии передачи, соединяющей потребитель c_1 с генератором g_1 , то есть мотив с хаб-кластером.

Опираясь на результаты исследования динамики мотива, зафиксируем параметры системы (15) таким образом, чтобы при $C = 0$ в мотиве с большой вероятностью (> 0.8) устанавливался асинхронный режим, который может существенно повлиять на динамику хаб кластера при $C > 0$. Таким образом, положим

$$\begin{aligned} P_1 = -2/3, \quad P_2 = P_3 = 1/3, \quad P_4 = 0.6, \quad P_j = P_{con}(N), \quad P_{con}(N) = -\frac{P_4}{N-4}, \quad j = 5, 6, \dots, N, \\ \alpha = 0.8, \quad B = 0.2, \quad K = 0.4, \quad H \in [H_{start}, H_{fin}], \quad H_{start} = 1.1|P_{con}|, \quad H_{fin} = 2|P_{con}|. \end{aligned} \quad (16)$$

Было проведено исследование динамики системы (15) и установлено следующее. Система (15) имеет единственное устойчивое состояние равновесия

$$\begin{aligned} O(\phi_i = \phi_i^{(0)}, \quad y_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N-1), \\ \phi_{1,2}^{(0)} = \arcsin\left(\frac{P_{2,3}}{K}\right), \quad \phi_3^{(0)} = 0, \quad \phi_j^{(0)} = \arcsin\left(\frac{P_{con}}{H}\right), \quad j = 4, 5, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (17)$$

которое существует при $K > P_{2,3}$ и $H > |P_{con}|$. Оно соответствует синхронному режиму работы всей сети. Остальные состояния равновесия являются седловыми. Заметим, что при параметрах (16) всегда существует состояние равновесия O .

Наряду с синхронным, в рассматриваемой энергосети возникают режимы, представляющие собой различные комбинации асинхронных и квазисинхронных режимов взаимодействия

отдельных элементов сети. Таким режимам соответствуют аттракторы вращательного типа в фазовом пространстве системы (15). Установление того или иного режима зависит от начальных условий и значений параметров системы (15). Поэтому рассмотрим разбиение плоскости параметров H, C на области, отвечающие различным режимам работы сети, состоящей из $N = 10$ элементов (рис. 10, а).

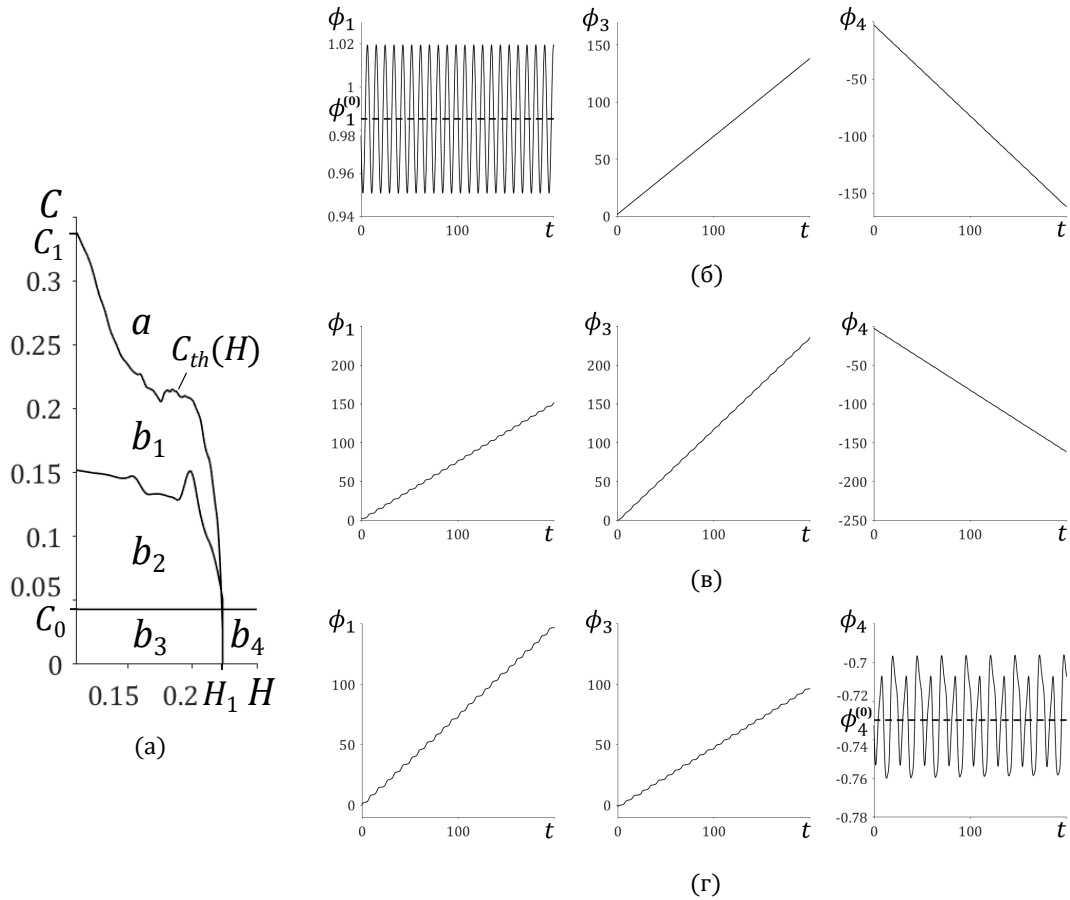


Рис. 10: а – разбиение плоскости параметров H, C на области с различными режимами работы сети. Характерные осциллограммы переменных $\phi_1(t), \phi_3(t), \phi_4(t)$ в случае установления в сети б – режима 1, в – режима 2, г – режима 3. Осциллограммы режимов построены для параметров $H = 0.15, C = 0.02$. Параметры $C_0 \approx 0.0430, H_1 \approx 0.2234, C_1 \approx 0.3365$

- Если $(H, C) \in a$ (рис. 10, а), то состояние равновесия O глобально асимптотически устойчиво, то есть при любых начальных условиях реализуется синхронный режим взаимодействия между всеми связанными элементами сети. Следовательно, данная область параметров является безопасной.
- Если $(H, C) \in b_1$ (рис. 10, а), то в сети может установиться *режим 1*, при котором наблюдается асинхронный режим взаимодействия между элементами хаб-кластера: потребителями $c_j, j = 5, \dots, N - 1$ и генератором g_4 , а также квазисинхронный режим взаимодействия между элементами мотива: генераторами $g_{2,3}$ и потребителем c_1 (рис. 10, б). То есть в хаб-кластере устанавливается асинхронный режим, а в мотиве – квазисинхронный.
- Если $(H, C) \in b_2$ (рис. 10, а), то в сети, наряду с режимом 1, может установиться *режим 2*, при котором наблюдается асинхронный режим взаимодействия как между элементами хаб-кластера, так и между элементами мотива (рис. 10, в). Во всей сети устанавливается асинхронный режим.
- Если $(H, C) \in b_3$ (рис. 10, а), то в сети, наряду с режимами 1 и 2, может установиться *режим 3*

3, при котором наблюдается квазисинхронный режим взаимодействия между элементами хаб-кластера, а также асинхронный режим взаимодействия между элементами мотива (рис. 10, г). То есть в хаб-кластере устанавливается квазисинхронный режим, а в мотиве – асинхронный.

• Если $(H, C) \in b_4$ (рис. 10, а), то в сети может установиться режим 3. (рис. 10, г).

В каждом из режимов 1, 2, 3 наблюдается асинхронный режим взаимодействия между генератором хаб-кластера g_4 и потребителем мотива c_1 , которые связаны линией передачи с пропускной способностью C (рис. 10, б-г).

Существует пороговое значение параметра $C = C_1$, при превышении которого в сети всегда устанавливается синхронный режим, если значение параметра H допускает его существование (рис. 10, а).

При значениях параметра $H > H_1$ (рис. 10, а), возможно привести параметры сети в область a , гарантировав тем самым установление синхронного режима, путем задания относительно небольшого (по сравнению с K, B и H) значения параметра $C > C_0$.

Таким образом, в энергосети реализуется *безопасное подключение мотива к хаб-кластеру*, если параметры удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} C > C_{th}(H), & \text{если } H_{start} \leq H < H_1, \\ C > C_0, & \text{если } H_1 \leq H \leq H_{fin}. \end{cases} \quad (18)$$

Отметим, что $C_0 \leq C_{th}(H)$, более того $C_0 \approx 0.0430$ в несколько раз меньше характерного значения $C_1 \approx 0.3365$. Поэтому при достаточном запасе пропускной способности $H \geq H_1$ линий передачи в хаб-кластере, безопасное присоединение мотива требует создания линии передачи с меньшим значением пропускной способности C , чем в случае $H < H_1$.

В главе 3 вводится модель неоднородной энергосети, учитывающая зависимость характеристик линий передач от их длины. Устанавливается критерий парциальной устойчивости неоднородной энергосети с топологией хаб-кластера.

Ранее рассматривались модели энергосети, динамика которых определялась уравнением Курамото с инерцией (1). Оно получается из уравнения движения ротора синхронной машины в предположении, что она взаимодействует с другими машинами посредством линий передачи, имеющих чисто индуктивное сопротивление. Однако в реальных системах линии передачи имеют еще и омическое сопротивление. Его учет, делает модель более точной. Кроме того, при исследовании крупных энергосетей в качестве параметров, отвечающих за динамику отдельных генераторов и потребителей, а также их взаимодействие, используют некоторые средние величины. В таком случае роль топологии сети, которая имеет важное значение при формировании режима работы, сводится лишь к наличию или отсутствию линий передачи, соединяющих синхронные машины. При этом совершенно не учитывается реальное расположение потребителей и генераторов на местности, что существенно с практической точки зрения. Учет их реального расположения позволяет точнее описать характеристики линий передачи, посредством которых они взаимодействуют, и, следовательно, получить более точную модель реальной энергосети.

Следовательно, необходимо построить модель энергосети, учитывающую реальное расположение ее элементов на местности и характеристики линий передачи между ними, то есть ее неоднородность.

Представим энергосеть в форме графа, узлы которого соответствуют синхронным машинам, а ребра - линиям передачи, соединяющим эти узлы. Предположим, что синхронные машины с номерами i и j связаны линией, имеющей комплексное сопротивление

$$Z_{i,j} = z_{i,j} e^{is_{i,j}}, \quad z_{i,j} = |Z_{i,j}|, \quad z_{i,j} = z_{j,i}, \quad s_{i,j} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \quad s_{i,j} = s_{j,i}. \quad (19)$$

Сопротивление линии передачи $z_{i,j}$ может быть записано в виде

$$z_{i,j} = z^{(1)} l^{(1)} l_{i,j}, \quad (20)$$

где $z^{(1)}$ – погонное сопротивление линии передачи, $l^{(1)}$ – размерная единица длины линии передачи; $l_{i,j}$ – безразмерная длина линии передачи, соединяющей элементы с номерами i и j .

С учетом выражений (19) и (20), уравнения, описывающие динамику элементов неоднородной энергосети могут быть записаны в виде

$$\frac{d^2\Theta_i}{dt^2} = P_i - \alpha \frac{d\Theta_i}{dt} - \sum_{j=1}^N \frac{a_{i,j}}{l_{i,j}} (\cos(s_{i,j}) - \cos(\Theta_j - \Theta_i + s_{i,j})), \quad (21)$$

где $a_{i,j}$ – элементы матрицы смежности A , которая определяет структуру сети: $a_{ii} = 0$, $a_{i,j} = 1$, если узлы i и j связаны между собой, и $a_{i,j} = 0$ в противном случае.

Уравнения (21) описывают неоднородную энергосеть, состоящую из генераторов ($P_i > 0$) и потребителей ($P_i < 0$), взаимодействующих между собой посредством линий передачи с произвольным характером сопротивления, которое зависит от их длины.

В качестве примера рассмотрим энергосеть с хаб структурой, состоящую из одного генератора ($P_1 > 0$) и $(N - 1)$ потребителя ($P_k < 0$, $k = 2, 3, \dots, N$) (рис. 1).

Введем в рассмотрение новые переменные и параметры

$$\begin{aligned} \phi_i &= \Theta_{i+1} - \Theta_1, \quad \Delta_i = s_{1,i+1}, \quad \Delta_i \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \quad \Delta_i \neq 0, \\ \gamma_i &= P_1 - P_{i+1} > 0, \quad l_i = l_{1,i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N - 1. \end{aligned} \quad (22)$$

При учете соотношений (22) из системы (21) вытекает, что динамика энергосети с хаб структурой описывается следующей системой

$$\begin{cases} \frac{d\phi_i}{dt} = y_i, \\ \frac{dy_i}{dt} = -\gamma_i - \alpha y_i + \frac{2}{l_i} \sin(\Delta_i) \sin(\phi_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N-1} \frac{[\cos(\Delta_j) - \cos(\phi_j + \Delta_j)]}{l_j}. \end{cases} \quad (23)$$

Пусть i – произвольный индекс из набора $i = 1, 2, \dots, N - 1$, который для удобства будем далее обозначать как n . Для определенности будем считать, что $\Delta_n \in [-\pi/2, 0)$, поскольку случай $\Delta_n \in (0, \pi/2]$ сводится к рассматриваемому заменой $\phi_n \rightarrow \phi_n + \pi$. Рассмотрим динамику n -ого элемента сети (23), то есть пары потребитель-генератор под номером n , куда входит генератор и потребитель с номером $n + 1$. Введем новые параметры и время $\lambda_n = \alpha a_n$, $a_n = \sqrt{l_n / (2|\sin(\Delta_n)|)}$, $\tau = t/a_n$. Тогда система, описывающая динамику n -ого элемента, примет вид

$$\begin{cases} \frac{d\phi_n}{d\tau} = y_n, \\ \frac{dy_n}{d\tau} = -\gamma_n a_n^2 - \lambda_n y_n - \sin(\phi_n) + a_n^2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq n}}^{N-1} \frac{[\cos(\Delta_j) - \cos(\phi_j + \Delta_j)]}{l_j}. \end{cases} \quad (24)$$

Введем в рассмотрение вспомогательные системы

$$\frac{d\phi_n}{d\tau} = y_n, \quad \frac{dy_n}{d\tau} = \gamma_n^+ - \lambda_n y_n - \sin(\phi_n), \quad (25)$$

$$\frac{d\phi_n}{d\tau} = y_n, \quad \frac{dy_n}{d\tau} = \gamma_n^- - \lambda_n y_n - \sin(\phi_n), \quad (26)$$

где

$$\gamma_n^+ = a_n^2 \left[-\gamma_n + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq n}}^{N-1} \frac{(1 + \cos(\Delta_j))}{l_j} \right], \quad \gamma_n^- = -a_n^2 \left[\gamma_n + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq n}}^{N-1} \frac{(1 - \cos(\Delta_j))}{l_j} \right]. \quad (27)$$

Каждая из систем (25), (26) представляет собой систему с цилиндрическим фазовым пространством $G = S^1 \times R^1$ вида

$$\frac{d\phi}{d\tau} = y, \quad \frac{dy}{d\tau} = \gamma - \lambda y - \sin(\phi), \quad (28)$$

которая описывает, в частности, динамику маятника в вязкой среде, находящегося под действием постоянного вращающего момента, точечного джозефсоновского контакта и др. Динамика системы (28) полностью изучена и широко представлена в литературе. Установлено разбиение полуплоскости параметров ($\gamma, \lambda \geq 0$) системы (28) на области, соответствующие различным структурно устойчивым фазовым портретам.

В работах Белюстиной Л.Н. исследовано взаимное расположение на развертке фазового цилиндра G состояний равновесия, сепаратрис седел и предельных циклов двух систем вида (28), отличающихся друг от друга значениями параметра $\gamma : \gamma = \gamma^+$ и $\gamma = \gamma^-$, удовлетворяющих условию $\gamma^- < \gamma < \gamma^+$. В частности, получены условия на параметры, при которых на плоскости (ϕ, y) существуют компактные области, содержащие состояние равновесия и предельный цикл системы (28).

Несложный анализ показывает, что с помощью неустойчивых сепаратрис и предельных циклов систем (25), (26) на фазовой плоскости (ϕ_n, y_n) системы (24) можно построить две области, которые обозначим через b^ω и k^ω (см. рис. 11, в, д).

Векторное поле системы (24) на границах областей b^ω и k^ω ориентировано внутрь этих областей. Заметим, что такая ориентация на b^ω и k^ω сохранится и на n -ом элементе системы (23), поскольку введение времени τ не меняет направления движения по траекториям, так как $a_n > 0$. Можно показать, что область b^ω существует, если $(l_n, \gamma_n) \in D_{lib}^n$ (рис. 11, б). В свою очередь область k^ω существует, если $(l_n, \gamma_n) \in D_{rot}^n$ (рис. 11, б).

Рассмотрим динамику системы (23). Пусть для всех $i \neq n$ начальные условия $(\phi_i(0), y_i(0))$, $i = 1, 2, \dots, N-1$ в системе (23) будут произвольными, а $(\phi_n(0), y_n(0)) \in b^\omega$. Поскольку граница области b^ω не зависит от переменных ϕ_i, y_i , то в фазовом пространстве $(S^{N-1} \times R^{N-1})$ системы (23) вдоль направления, задаваемого любой из этих переменных, она образует неменяющуюся замкнутую поверхность B_i^ω . В любой точке каждой такой поверхности B_i^ω проекция векторного поля системы (24) на плоскость (ϕ_n, y_n) ориентирована внутрь этой поверхности, так как траектории системы (24) пересекают границу области b^ω внутрь. Следовательно, при любом $t > 0$ выполняется условие

$$(\phi_n(t), y_n(t)) \in b^\omega \text{ при } t > 0. \quad (29)$$

Обратим внимание на то, что (29) выполняется для любых начальных условий $\phi_n(0), y_n(0)$ принадлежащих области b^ω . Из условия (29), при учете геометрических размеров области b^ω , вытекает справедливость следующего утверждения

$$|\phi_n(t)| < \pi, \quad y_{min} < y_n(t) < y_{max} \text{ при } t \geq 0, \quad (30)$$

где y_{max} и y_{min} - максимальное и минимальное значение переменной $y_n(t)$ на границе области b^ω , $y_{min} < 0 < y_{max}$.

Рассмотрим теперь поведение траекторий системы (23), когда $(\phi_n(0), y_n(0)) \in k^\omega$, а начальные условия по остальным переменным являются произвольными. Рассуждая аналогично предыдущему случаю, устанавливаем справедливость следующего утверждения

$$(\phi_n(t), y_n(t)) \in k^\omega \text{ при } t > 0. \quad (31)$$

Поскольку область k^ω целиком расположена в области $y_n < 0$ (см. рис. 11, д), из (31) следует, что переменная $\phi_n(t)$ будет монотонно убывать, а переменная $y_n(t)$ - совершать ограниченные колебания в области $y_n < 0$.

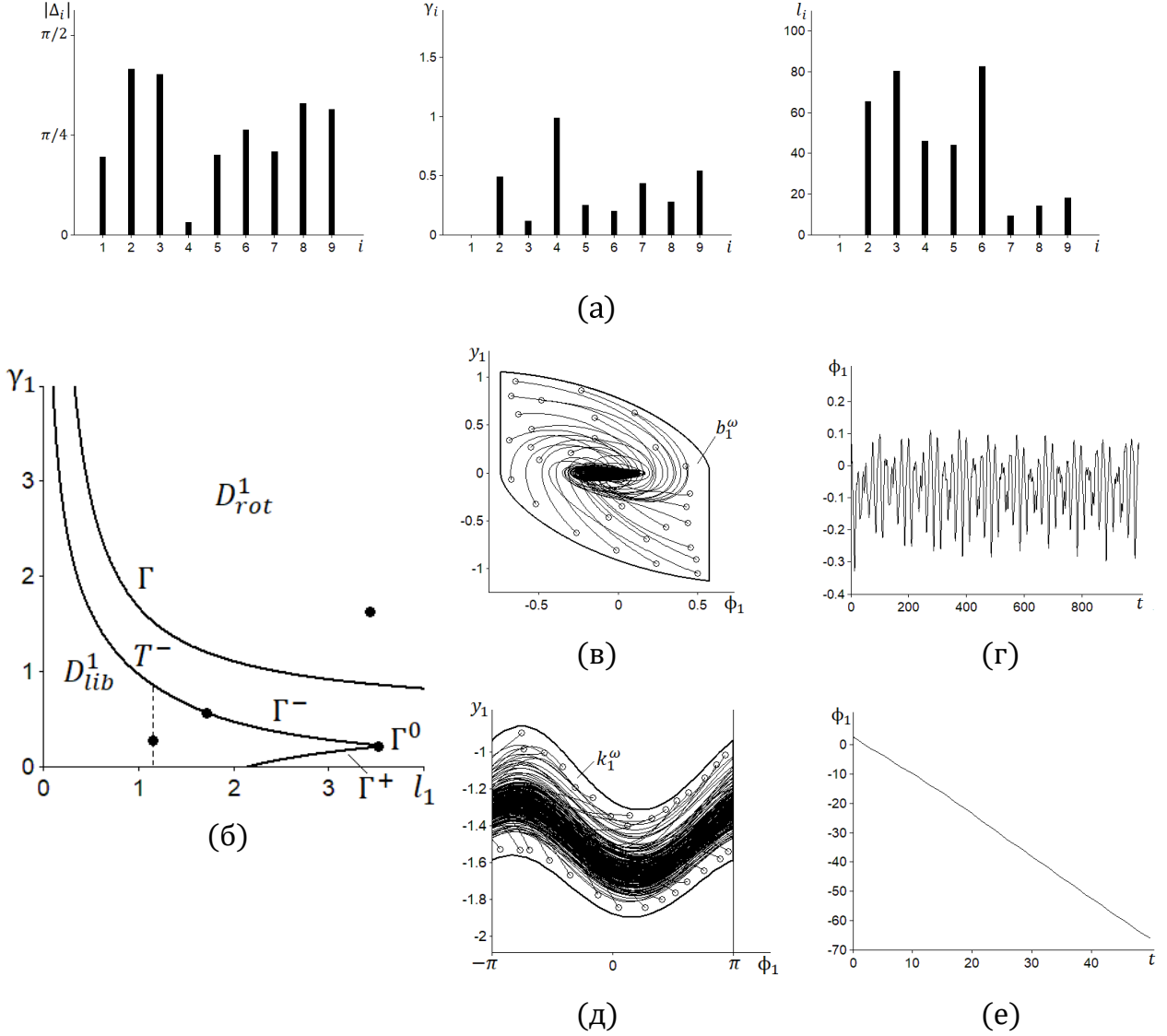


Рис. 11: а – распределения параметров $|\Delta_i|$, γ_i и l_i соответственно; б – разбиение плоскости параметров (l_1, γ_1) на области D_{lib}^1 и D_{rot}^1 . На рисунке (б) пунктиром показан диапазон безопасных значений параметра γ_1 . в, д – области b_1^ω и k_1^ω соответственно, а также проекции на плоскость (ϕ_1, y_1) траекторий системы (23) для начальных условий, обозначенных круглыми маркерами; г, е – осциллограммы переменной ϕ_1 , характерные для начальных условий $(\phi_1(0), y_1(0)) \in b_1^\omega$ и $(\phi_1(0), y_1(0)) \in k_1^\omega$ соответственно, при случайных начальных условиях в других парах. Значение параметра $\alpha = 1$

Проведенное исследование динамики системы (23) позволяет, фактически, сформулировать критерий парциальной устойчивости работы i -ой пары потребитель-генератор, который заключается в следующем

- Изменение параметров внутри области D_{lib}^i является безопасным для нормальной работы i -ой пары потребитель-генератор, поскольку в этом случае выход из синхронного режима возможен

лишь в квазисинхронный режим, в котором набег разности фаз колебаний пары на 2π не происходит. Заметим, безопасный диапазон вариации разности мощностей в паре тем больше, чем меньше расстояние между ними.

- Область b_i^ω определяет диапазон безопасных для устойчивой нормальной работы скачкообразных внешних возмущений.
- Область параметров D_{rot}^i является потенциально опасной, так как для этих значений параметров возможна реализация режима асинхронных колебаний, отвечающих в системе (23) области k_i^ω , которому соответствует аварийный режим в паре.

В качестве примера рассмотрим энергосеть из $N = 10$ элементов. Применяя критерий частичной устойчивости, получим условия безопасной работы частичного элемента энергосети.

Пусть для определенности это будет пара с номером $i = 1$. Зададим параметры всех остальных девяти элементов сети (см. рис. 11, а) и построим на плоскости (l_1, γ_1) области D_{lib}^1 и D_{rot}^1 . Выберем для примера определенные значения параметров l_1 и γ_1 из области D_{lib}^1 (см. рис. 11, б, черная точка) и зададим начальные условия следующим образом: $(\phi_1(0), y_1(0)) \in b_1^\omega$, а во всех остальных девяти парах они являются случайными. На рисунках 11, в и г показаны результаты моделирования системы (23) при сделанных выше предположениях. Они показывают, что в первой паре потребитель-генератор реализуется квазисинхронный режим и D_{lib}^1 действительно соответствует области безопасного изменения параметров. Если же $(l_1, \gamma_1) \in D_{rot}^1$ и $(\phi_1(0), y_1(0)) \in k_1^\omega$, то, независимо от начальных условий в других парах энергосети, в первой паре реализуется аварийный режим работы (рис. 11, д, е).

Заключение В работе проведено исследование динамики моделей типичных подсетей, входящих в состав крупных энергосетей, и оказывающих на них определенное влияние. Предложены различные методы и подходы к исследованию проблем устойчивости таких подсетей. Получены следующие основные результаты.

1. Исследована динамика сети с топологией хаб-кластера. Найдены основные режимы ее работы и соответствующие им области параметров. Предложен подход, базирующийся на втором методе Ляпунова, позволяющий оценить область возмущений, не нарушающих синхронный режим.
2. Построена модель энергосети Нижнего Новгорода, учитывающая основные топологические особенности реальной энергосети, такие как расположение ее элементов, а также наличие и длину линий передачи между ними. Найдены основные режимы ее работы.
3. Предложена модель подсети для изучения парадокса Браеса в энергосетях. Эта подсеть представляет собой так называемый мотив, который часто встречается в составе больших энергосетей. В рамках данной модели установлен динамический механизм возникновения парадокса Браеса, найдено его объяснение на основе нелинейной динамики и теории бифуркаций.
4. Опираясь на предыдущие результаты, рассмотрена модель энергосети, образованной в результате расширения сети в виде хаб-кластера за счет подключения к ней мотива. Найдены основные режимы ее работы и соответствующие им области параметров.
5. Предложена модель неоднородной энергосети, учитывающая зависимость характеристик линий передачи от их длины. В ее рамках исследована динамика энергосети с топологией хаб-кластера. На основе подхода, базирующегося на использовании вспомогательных систем сравнения, получен эффективный критерий частичной устойчивости.

Публикации по теме работы

- [1] Khramenkov V.A., Dmitrichev A.S., Nekorkin V.I. Dynamics and stability of two power grids with hub cluster topologies // Cybernetics and Physics. 2019. Vol. 8(1).
- [2] Храменков В.А., Дмитричев А.С., Некоркин В.И. Пороговая устойчивость синхронного режима энергосети с топологией хаб-кластера // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2020. Т. 28, № 2. С. 120-571.
- [3] Khramenkov V.A., Dmitrichev A.S., Nekorkin, V.I. Partial stability criterion for a heterogeneous power grid with hub structures // Chaos, Solitons & Fractals. 2021. Vol. 152.
- [4] Khramenkov V.A., Dmitrichev A.S., Nekorkin, V.I. The dynamic origin of Braess's paradox in power grids // Chaos. 2022 (принята).
- [5] Храменков В.А. Об условиях безопасного подключения к хаб-кластерным энергосетям // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2020 (принята).
- [6] Дмитричев А.С., Храменков В.А., Некоркин В.И. Оценка областей безопасного режима работы генераторов (потребителей) энергосетей на основе модели Курамото с инерцией, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021660565, 25 июня 2021 г.